



**Laboratoire de Mathématiques et Informatique pour la Complexité et les  
Systèmes**

**MICS**

**Présente**

## **L'AVIS DE SOUTENANCE**

**de Monsieur Lukas ANZELETTI**

Laboratoire MICS, CentraleSupélec, Université Paris-Saclay,  
Fédération de Mathématiques de CentraleSupélec FR CNRS 3487,  
Ecole Doctorale de Mathématiques Hadamard,

Soutiendra publiquement ses travaux de thèse de doctorat intitulés :

**“Stochastic differential equations with singular drift and (fractional) Brownian noise”**

**Le jeudi 26 octobre 2023 à 13h30**

À l'école CentraleSupélec, en **Amphi VI** - Bâtiment Eiffel - en présentiel.

### **Membres du jury :**

Laure Coutin, Rapporteur & Examineur, Professeur, Université Paul Sabatier  
Paul Gassiat, Examineur, Maître de conférences, Université Paris-Dauphine  
Xue-Mei Li, Examineur, Professeur, EPFL Lausanne/Imperial College  
Stéphane Menozzi, Examineur, Professeur, Université Évry Val d'Essonne  
Nicolas Perkowski, Rapporteur & Examineur, Professeur, Freie Universität Berlin

### **Direction de thèse :**

Alexandre Richard, Maître de conférences, CentraleSupélec  
Etienne Tanré, Chargé de recherche, Inria et Université Côte d'Azur

## **Résumé :**

On étudie l'existence et l'unicité des solutions d'équations différentielles stochastiques avec une dérive singulière ou même distributionnelle et un bruit brownien (fractionnaire) additif. Dans le cas fractionnaire, l'existence et l'unicité sont démontrées pour un ensemble de dérives plus grand que ce qui était connu auparavant, en utilisant à la fois les intégrales de Young non linéaires et le lemme de la couturière stochastique. De plus, on montre que la loi de la solution a une densité et on étudie sa régularité.

Certaines des techniques utilisées sont de nature déterministe. Cela conduit naturellement à la notion d'unicité "trajectoire par trajectoire". Dans le cas brownien, l'unicité "trajectoire par trajectoire" est démontrée pour une classe de dérives singulières, étendant ainsi la littérature précédente sur les dérives bornées. En outre, des contre-exemples sont fournis, montrant que l'unicité "trajectoire par trajectoire" est plus forte que les notions habituelles d'unicité.

## **Abstract :**

Existence and uniqueness of solutions to stochastic differential equations with singular or even distributional drift and additive (fractional) Brownian noise are studied. In the fractional Brownian case existence and uniqueness is proven for a larger class of drifts compared to the previous literature, making use of both nonlinear Young integrals and the recently introduced Stochastic Sewing Lemma. Moreover, for any positive time, the law of the solution is shown to have a density and its regularity is investigated.

Some of the techniques involved are of a rather deterministic nature. This naturally leads to the notion of "path-by-path" uniqueness. In the Brownian case, path-by-path uniqueness is shown for a class of singular drifts extending the previous literature on bounded drifts. Additionally, counterexamples are provided, exhibiting that path-by-path uniqueness is indeed stronger than the usual notions of uniqueness.